5.5. RÓWNANIE WIELOMIANOWE

Równanie wielomianowe rozwiązujemy następująco:

1) Zapisujemy równanie w postaci $W(x)=0$
2) Rozkładamy wielomian $W(x)$ na czynniki.
3) Korzystając z własności , że iloczyn jest równy zeru, gdy co najmniej jeden z czynników jest równy zeru, przyrównujemy czynniki wielomianu do zera.
4) Wyznaczamy pierwiastki otrzymanych czynników. Są one rozwiązaniami równania wielomianowego .

Przykład 5.5.1. Rozwiąż równanie: $2x(x+2)(3x-6)=0$

Rozwiązanie	Komentarz
$2x(x+2)(3x-6)=0$ $2x=0$ lub $x+2=0$ lub $3x-6=0$ $2x=0/:2$ $\quad x=-2$ $\quad 3x=6/:3$ $x=0$ $\quad x=2$ Odp. Równanie ma trzy rozwiązania: 0, -2, 2.	Występujący w równaniu wielomian zapisany jest w postaci iloczynowej. Każdy czynnik przyrównujemy do zera. Rozwiązując każde z otrzymanych równań wyznaczamy rozwiązania danego równania wielomianowego.

Przykład 5.5.2. Rozwiąż równanie: $x^5=25x$

Rozwiązanie	Komentarz
$x^5-25x=0$	Przenosząc wszystkie wyrażenia na lewą stronę równania zapisujemy równanie w postaci $W(x)=0$
$x(x^4-25)=0$	Występujący w równaniu wielomian rozkładany na czynniki wyciągając czynnik x przed nawias.
$x\left(\left(x^2\right)^2-5^2\right)=0$ $x(x^2-5)(x^2+5)=0$	Czynnik (x^4-25) rozkładamy wykorzystując wzór skróconego mnożenia $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
$x\left(x^2-\sqrt{5}^2\right)(x^2+5)=0$ $x(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})(x^2+5)=0$	Czynnik x^2+5 nie można rozłożyć na czynniki pierwszego stopnia ,bo $\Delta<0$. Czynnik (x^2-5) rozkładamy wykorzystując wzór skróconego mnożenia $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
$x=0$ lub $x-\sqrt{5}=0$ lub $x+\sqrt{5}=0$ lub $x^2+5=0$ $x=\sqrt{5}$ $\quad x=-\sqrt{5}$ $\quad \Delta<0$ brak pierwiastków Odp. Równanie ma trzy rozwiązania: $0,\sqrt{5},-\sqrt{5}$.	Każdy czynnik przyrównujemy do zera. Rozwiązując każde z otrzymanych równań wyznaczamy rozwiązania danego równania wielomianowego.

Przykład 5.5.3. Rozwiąż równanie: $x^4+4x^3+3x^2=0$

Rozwiązanie	Komentarz
$x^4+4x^3+3x^2=0$ $x^2\left(x^2+4x+3\right)=0$	Występujący w równaniu wielomian rozkładany na czynniki wyciągając czynnik x^2 przed nawias.
$x^2=0$ lub $x^2+4x+3=0$ $x=0$ $a=1; b=4; c=3$ $\Delta=4^2-4\cdot 1\cdot 3=4$ $x_1=\frac{-4-\sqrt{4}}{2\cdot 1}=\frac{-6}{2}=-3$ $x_2=\frac{-4+\sqrt{4}}{2\cdot 1}=\frac{-2}{2}=-1$ Odp. Równanie ma trzy rozwiązania: 0, -3, -1.	Każdy czynnik przyrównujemy do zera. Rozwiązując każde z otrzymanych równań wyznaczamy rozwiązania danego równania wielomianowego. Rozwiązując równanie $x^2+4x+3=0$ stosujemy wzory $\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c$ $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}; x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Przykład 5.5.4. Rozwiąż równanie: $x^4-9=x-9x^3$

Rozwiązanie	Komentarz
$x^4-9=x-9x^3$ $x^4+9x^3-x-9=0$	Przenosząc wszystkie wyrażenia na lewą stronę równania i porządkując wielomian zapisujemy równanie w postaci $W(x)=0$
$\underline{x^4+9x^3}-\underline{x-9}=0$ $x^3(x+9)-1(x+9)=0$	Występujący w równaniu wielomian rozkładany na czynniki metodą grupowania wyrazów. W pierwszej grupie wyciągamy przed nawias czynnik x^3, a w drugiej czynnik -1 .
$(x+9)\left(x^3-1\right)=0$	Powtarzający się czynnik $x+9$ wyłączamy przed nawias.
$x+9=0$ lub $x^3-1=0$ $x=-9$ $x^3=1$ $x=1$ Odp. Równanie ma dwa rozwiązania: -9, 1.	Każdy czynnik przyrównujemy do zera. Rozwiązując każde z otrzymanych równań wyznaczamy rozwiązania danego równania wielomianowego.

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 5.5.1. Rozwiąż równanie:

a) (2pkt.) $x^5 + 4x^4 + 4x^3 = 0$

b) (2pkt.) $x^5 = -27x^2$

c) (2pkt.) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

d) (2pkt.) $2x^3 + x^2 - 8x = 4$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	**Odpowiedź**	**Liczba punktów**
1	Rozkład wielomianu występującego w równaniu na czynniki z których można obliczyć rozwiązania równania.	1
2	Podanie rozwiązań równania.	1